수리통계 기말고사: 2002년 1학기

---

[1] 연속형 확률변수 X와 Y는 독립이며 pdf $f_X(x)$, $f_Y(y)$를 갖는다. 이 때 다음 각각의 경우에 확률변수 Z의 pdf를 구하시오.

a. $Z = X - Y$

b. $Z = X / Y$

[2] S_n^2을 n개의 확률표본에서 구한, 분모가 $n-1$인 표본분산이라고 할 때, $\mathrm{Var}\, S_n^2 \to 0$ 이면 S_n^2은 σ^2에 확률적으로 수렴함을 증명하시오.

[3] $X_1, \ldots, X_n$ 이 $b(1, p)$에서의 확률표본이고, $\hat{p} = \sum X_i / n$ 이라고 할 때, $\theta = \frac{p}{(1-p)}$의 MLE $\hat{\theta}$의 (근사적)분산을 구하시오.

[4] 확률표본 $X_1, \ldots, X_n$ 의 pdf가 다음과 같다;

$$f(x|\alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} I(0 \le x \le \beta).$$

a. (α, β)의 충분통계량을 구하시오.

b. α와 β의 MLE를 구하시오.

[5] $X_1, \ldots, X_n$ 을 평균이 $\frac{1}{\theta}$인 지수분포로부터의 확률표본이라고 할 때,

a. θ의 UMVUE와 MLE를 각각 구하시오.

b. K 를 주어진 상수라고 할 때, $e^{-K\theta} = P(X > K)$의 MLE와 UMVUE를 각각 구하시오.